Prof. A.F.Guimarães
Física 3 – Questões 10

Questão 1

Numa região do espaço existe um campo magnético tal que B é um vetor constante no espaço, porém variável no tempo. Coloca-se neste campo uma espira contida num plano que forma um ângulo θ com o vetor B. A área da espira é A, sendo que o valor de A pode variar com o tempo. Suponha que a espira esteja girando no campo, de modo que o ângulo θ posa variar com o tempo. Encontre uma expressão da força eletromotriz induzida na espira.

Resolução:

O fluxo do vetor indução magnética é dado por:

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = B \cdot A \cdot cos\,\theta$$
(1.1)

A força eletromotriz, por sua vez, será dada por:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$
(1.2)

Utilizando (1.1) em (1.2), teremos:

$$\varepsilon = -\left[\frac{dB}{dt}Acos\theta + B\frac{dA}{dt}cos\theta + BA\frac{d}{dt}(cos\theta)\right]$$
$$\therefore \varepsilon = -\frac{dB}{dt}Acos\theta - B\frac{dA}{dt}cos\theta + BAsen\theta\frac{d\theta}{dt}$$
(1.3)

Questão 2

Uma espira circular de 10 cm de diâmetro, feita de fio de cobre nº 10 (diâmetro igual a 0,25 cm), é colocada num campo magnético uniforme de modo que o seu plano fique perpendicular ao vetor B. Qual deve ser a taxa de variação de B com o tempo para que a corrente induzida na espira seja igual a 10 A?

Resolução:

A resistência da espira será dada por:

$$R_e = \frac{\rho_{Cu} \cdot l_e}{A_{Cu}}$$
(2.1)

Em que $l_e = 2\pi R_e$ e $A_{Cu} = \pi R_{Cu}^2$. Para a força eletromotriz temos:

$$\varepsilon = R_e \cdot i$$
(2.2)

Utilizando o módulo de (1.2), (2.1) em (2.2), temos:

$$\frac{dB}{dt} = \frac{2\rho_{Cu} \cdot i}{\pi R_e R_{Cu}^2}$$
(2.3)

Em que R_e é o raio da espira e R_{Cu} é o raio do fio de cobre. A resistividade do cobre vale: $1{,}7 \cdot 10^{-8}\Omega \cdot m$. Substituindo os dados numéricos em (2.3), teremos:

$$\frac{dB}{dt} \cong \frac{3{,}4 \cdot 10^{-8} \cdot 10}{3{,}14 \cdot 1{,}56 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-2}}$$
$$\therefore \frac{dB}{dt} \cong 1{,}3T \cdot s^{-1}$$
(2.4)

Questão 3

Gerador de corrente alternada. Faz-se girar uma bobina retangular, contando N espiras de comprimento a e largura b, com uma frequência ν na presença de um campo magnético uniforme B, como mostra a figura 3.1. (a) Mostre que a f.e.m. induzida que aparece na bobina é dada por:

$$\varepsilon = 2\pi\nu NabB\ sen2\pi\nu t = \varepsilon_0\ sen2\pi\nu t.$$

(b) Projete uma bobina para a qual ε_0 seja igual a 220 V, quando girada 60 revoluções por segundo, na presença de um campo magnético de 0,50 T.

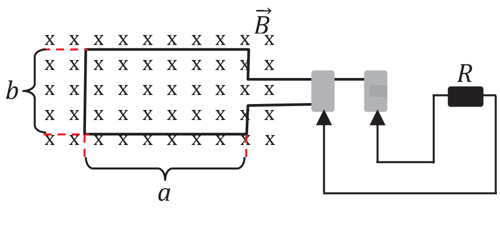

Figura 3.1

Resolução:
a) O fluxo do campo magnético é dado por (1.1), em que:

$$\theta = 2\pi v t$$
(3.1)

A f.e.m. (força eletromotriz), por sua vez é dada por (1.2), sendo que devemos levar em consideração a contribuição de todas as espiras. Logo:

$$\varepsilon = -N \cdot \frac{d\Phi_B}{dt}$$
(3.2)

Assim, utilizando (1.1), (3.1) em (3.2), teremos:

$$\varepsilon = -N\left[ab \cdot B \cdot \frac{d}{dt}(cos2\pi vt)\right]$$
$$\therefore \varepsilon = 2\pi v NabB \cdot sen2\pi vt$$
(3.3)

b) Para uma frequência igual a 60 revoluções por segundo, e $\varepsilon_0 = 220\,V$, na presença de um campo de 0,50 T, teremos:

$$220 = 2\pi \cdot 60 \cdot N \cdot ab \cdot 0{,}50$$
$$\therefore N \cdot ab \cong 1{,}17\,m^2$$
(3.4)

Questão 4

A f.e.m. induzida sobre uma espira vale $\varepsilon = at^2$, onde $a = 2V \cdot s^{-1}$ e t é dado em segundos. Obtenha uma expressão para o fluxo magnético que atravessa a espira e calcule este fluxo para $t = 2\,s$, sabendo que para $t = 0$ o fluxo é nulo.

Resolução:
Utilizando (1.1), temos:

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = -at^2$$
(4.1)

Integrando (4.1) teremos:

$$\Phi_B = -a\int_0^t t^2 dt = -\frac{at^3}{3}$$
(4.2)

Para $t = 2\,s$, teremos para o fluxo:

$$\Phi_B = -\frac{16}{3}\,Wb$$
(4.3)

Questão 5

Uma espira circular, de raio r ($10\ cm$) é colocada num campo magnético uniforme B (0,80 T), perpendicular ao plano da espira. O raio dessa espira começa a encolher a uma taxa constante dr/dt ($80\ cm/s$). (a) Qual é a f.e.m. ε, induzida nessa espira? (b) A que taxa constante a área da espira teria de encolher, a fim de induzir a mesma f.e.m.?

Resolução:
a) A área delimitada pela espira é dada por:

$$A = \pi r^2$$
(5.1)

Como existe uma variação do fluxo em função da variação da área (raio), teremos, utilizando (1.1):

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = B \cdot \pi \cdot 2r\frac{dr}{dt}$$
(5.2)

De (5.2), teremos para a força eletromotriz:

$$\varepsilon \cong 0{,}40\,V$$
(5.3)

b) Utilizando (5.3), teremos:

$$\varepsilon = B \cdot \left(-\frac{\Delta A}{\Delta t}\right) \therefore \frac{\Delta A}{\Delta t} = -\frac{1}{2}\ m^2 \cdot s^{-1}$$
(5.4)

Questão 6

A figura 6.1 mostra uma haste de cobre deslocando-se sobre trilhos condutores, com velocidade v, paralelamente a um longo fio retilíneo, percorrido pela corrente i. Calcule a f.e.m. ε induzida na haste, supondo que $v = 5m \cdot s^{-1}, i = 100\ A, a = 1{,}0\ cm, b = 20\ cm$.

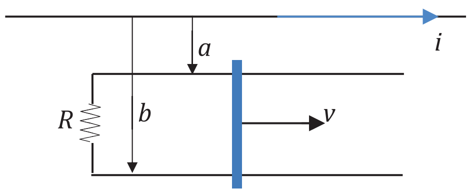

Figura 6.1

Resolução:

O módulo da indução magnética devido a uma corrente em um condutor retilíneo é dado por:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i}{r}$$
(6.1)

Em que r é a distância em linha reta numa direção perpendicular ao condutor até o ponto do espaço em questão. Desta forma, conforme mostra a figura 6.2, o elemento de fluxo será:

$$d\Phi_B = -\frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i \cdot l}{r} \cdot dr$$
(6.2)

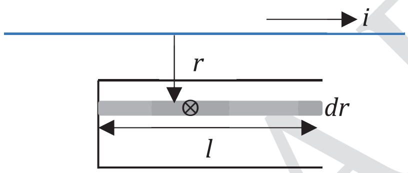

Figura 6.2

Assim, o fluxo total será:

$$\Phi_B = -2 \cdot 10^{-5} \cdot l \int_a^b \frac{dr}{r}$$
$$\therefore \Phi_B = -2 \cdot 10^{-5} \cdot l \cdot \ln\frac{b}{a} = -2 \cdot 10^{-5} \cdot l \cdot \ln 20$$
(6.3)

Agora, utilizando (6.3) em (1.2), teremos para a força eletromotriz:

$$\varepsilon = 2 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{dl}{dt} \cdot \ln 20$$
$$\therefore \varepsilon \cong 3 \cdot 10^{-4} V$$
(6.4)

Em que $\frac{dl}{dt} = v$.

Questão 7

Um fio rígido, dobrado em forma de uma semicircunferência de raio R, é girado com uma frequência ν na presença de um campo magnético uniforme B, como mostra a figura 7.1. Supondo que a resistência do medidor M seja igual a R_M, e que o resto do circuito tenha uma resistência desprezível, calcule a amplitude da f.e.m. e da corrente induzidas no circuito.

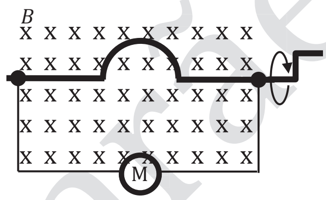

Figura 7.1

Resolução:
Observando a figura 7.1, temos que para meia volta, ou seja metade do período, a área varia de um retângulo mais meio círculo para um retângulo menos um circulo. Podemos concluir que a taxa de variação do fluxo pelo tempo se dá da seguinte forma:

$$\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = B \cdot \frac{\Delta A}{\Delta t}$$
(7.1)

Em que $\Delta A = -\pi R^2$ e $\Delta t = \frac{1}{2\nu}$. Assim, a força eletromotriz será:

$$\varepsilon = 2\pi\nu B R^2$$
(7.2)

A intensidade da corrente induzida será:

$$i = \frac{2\pi\nu B R^2}{R_M}$$
(7.3)

Questão 8

O módulo de um campo magnético uniforme B varia segundo uma taxa constante dB/dt. Suponha que você receba uma certa massa m de cobre que deve ser transformada num fio de raio r o qual, por sua vez, deve ser dobrado de modo a formar uma espira circular de raio R. Mostre que a corrente induzida na espira, quando ela é colocada perpendicularmente ao campo B, não depende do tamanho do fio, sendo igual a:

$$i = \frac{m}{4\pi\rho\delta} \cdot \frac{dB}{dt}.$$

Onde ρ é a resistividade e δ a massa específica do cobre.

Resolução:

Utilizando a densidade do cobre poderemos determinar o volume. Desta forma podemos escrever:

$$V = \frac{m}{\delta}$$
(8.1)

Levando em consideração que o fio é um cilindro regular, teremos para o volume:

$$V = \pi r^2 \cdot l$$
(8.2)

Em que l é o comprimento do fio. Uma fez que o fio será encurvado para formar uma espira circular, então teremos:

$$l = 2\pi R$$
(8.3)

A resistência do fio é dada por:

$$R_f = \frac{\rho l}{A}$$
(8.4)

Em que $A = \pi r^2$. Utilizando (8.3) em (8.4), teremos:

$$R_f = \frac{2\rho R}{r^2}$$
(8.5)

A força eletromotriz na espira vale:

$$|\varepsilon| = A_e \cdot \left|\frac{dB}{dt}\right|$$
(8.6)

Em que $A_e = \pi R^2$. Assim, a intensidade de corrente na espira pode ser calculada utilizando a relação:

$$i = \frac{|\varepsilon|}{R_f}$$
(8.7)

De (8.5), (8.6) e (8.7), teremos:

$$i = \frac{\pi r^2 R}{2\rho} \cdot \frac{dB}{dt}$$
(8.8)

Vamos omitir o módulo, pois o sinal só deve influenciar no sentido da corrente induzida. Agora, com o auxílio das relações (8.1) – (8.3), teremos:

$$i = \frac{\pi r^2}{2\rho} \cdot \frac{m}{2\delta\pi^2 r^2} \cdot \frac{dB}{dt}$$
$$\therefore i = \frac{m}{4\pi\rho\delta} \cdot \frac{dB}{dt}$$
(8.9)

Questão 9

A figura 9.1 indica uma haste de cobre que se move com velocidade v paralelamente a um longo fio retilíneo percorrido por uma corrente i. Determine (a) a expressão da força eletromotriz induzida pelo efeito Faraday (indução eletromagnética), (b) o módulo desta f.e.m. para os seguintes dados: $v = 8{,}0\ m \cdot s^{-1}, i = 100\ A, a = 0{,}010\ dm\ e\ b = 0{,}200\ dm$.

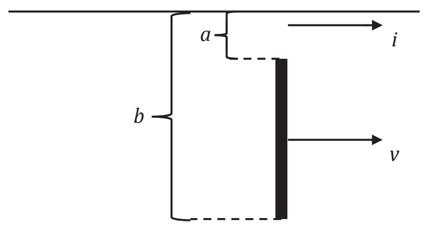

Figura 9.1

Resolução:

a) Poderíamos aproveitar o resultado da questão 6, no entanto, vamos aproveitar para observar que podemos escrever uma expressão para a força eletromotriz em função da velocidade da haste. Quando temos um circuito em forma de U com uma haste móvel, na presença de um campo magnético (perpendicular à área delimitada pelo circuito e pela haste) a força eletromotriz é dada por:

$$\varepsilon = Blv$$
(9.1)

Em que l é o comprimento da haste e v é a velocidade da haste. Esse resultado pode ser expresso pela relação:

$$\varepsilon = \oint (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$
(9.2)

No caso em questão, $(\vec{v} \wedge \vec{B})$ é paralelo ao vetor $d\vec{l}$. E como o circuito se resume a apenas uma haste, podemos escrever:

$$\varepsilon = v \int_a^b \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i_0}{r} \cdot dr$$
(9.3)

Em que $dr = |d\vec{l}|$. Cujo resultado já conhecemos. Assim, teremos:

$$\varepsilon = \frac{v\mu_0 i}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$
(9.4)

b) Substituindo os dados numéricos, teremos:

$$\varepsilon \cong 4{,}8 \cdot 10^{-4}\ V$$
(9.5)

Obs.: Caso a haste continue orientada na direção perpendicular ao fio, porém com velocidade também perpendicular ao fio, a força eletromotriz será nula, pois $(\vec{v} \wedge \vec{B})$ será perpendicular ao vetor $d\vec{l}$.

Questão 10

Tome como referência a figura 10.1. Determine expressões para a f.e.m. e, a seguir, calcule o módulo destas tensões induzidas, nos seguintes casos: (a) a espira se move com velocidade v ao longo do plano da figura e numa direção paralela ao lado l, (b) a espira se move ao longo do plano da figura paralela ao lado b, afastando-se do fio, (c) a espira gira em torno do fio com velocidade angular constante (igual a 2 rad/s). Para resolver numericamente os itens (a) e (b) considere $v = 5\ m \cdot s^{-1}, i = 30\ A, a = 1\ cm, b = 8\ cm$ e $l = 30\ cm$.

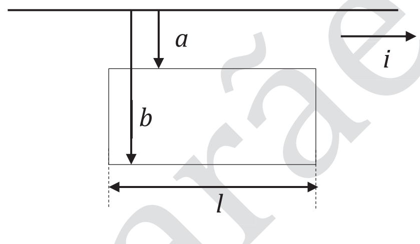

Figura 10.1

Resolução:

a) Poderemos aplicar a expressão (9.2) para essa questão. Assim, teremos:

$$\varepsilon = \oint (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$$\varepsilon = \int_1 (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot d\vec{l} + \int_2 (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot d\vec{l} + \int_3 (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot d\vec{l} + \int_4 (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$
(10.1)

Em que a primeira integral é tomada no lado l mais próximo do fio e as demais seguem no sentido anti-horário até fechar o percurso. Como v é paralelo ao lado l, as integrais referentes aos percursos 1 e 3 são nulas. E as integrais dos percursos 2 e 4 (veja (9.4)) não são nulas, porém possuem o mesmo valor com sinais opostos. Logo, a força eletromotriz para essa situação é nula. Até porque não ocorre variação do fluxo do campo magnético. O fluxo (veja (6.3)) é dado por:

$$\Phi_B = -\frac{\mu_0 i}{2\pi} \cdot l \cdot \ln \frac{b}{a}$$
(10.2)

Logo, tomando a taxa de variação, teremos:

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = 0$$
(10.3)

Pois $\frac{di}{dt} = \frac{dl}{dt} = \frac{db}{dt} = \frac{da}{dt} = 0$.

b) Tomando a velocidade v paralela ao lado b, teremos de (10.1):

$$\varepsilon = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \cdot v \cdot l \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)$$
(10.4)

Em que, somente as integrais nos percursos 1 e 3 não serão nulas, não possuem o mesmo valor e entanto terão sinais opostos. Se em vez de utilizar (10.1) fosse utilizado (10.2), teríamos o mesmo resultado, ou seja:

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{\mu_0}{2\pi} \cdot l \cdot \frac{a}{b}\left(\frac{\dot{b}a - b\dot{a}}{a^2}\right)$$
$$\therefore \varepsilon = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot l \cdot v \left(\frac{a-b}{ab}\right)$$
(10.5)

Em que $\dot{a} = \dot{b} = v$. Utilizando os dados numéricos em (10.4) ou (10.5), teremos:

$$\varepsilon = -7{,}88 \cdot 10^{-7} V$$
(10.6)

O resultado negativo indica que a força eletromotriz induz uma corrente no sentido horário.

c) Para esse caso, temos $\vec{v} \wedge \vec{B} = 0$. Logo, a força eletromotriz será nula.

Questão 11

Um freio eletromagnético que utiliza as correntes de Foucault consiste de um disco de condutividade σ e espessura t girando em torno de um eixo que passa pelo seu centro, com um campo magnético B aplicado perpendicularmente ao plano do disco sobre uma pequena área a^2 (veja figura 11.1). Se a área a^2 está a uma distância r do eixo, determinar uma expressão aproximada para o torque que tende a desacelerar o disco no instante em que sua velocidade angular é igual a ω.

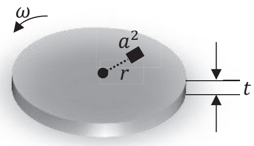

Figura 11.1

Resolução:

A força eletromotriz vale:

$$\varepsilon = Bav$$
(11.1)

Em que $v = \omega r$. A intensidade de corrente induzida será:

$$i = \frac{\varepsilon}{R}$$
(11.2)

Em que R é a resistência da porção do disco, dada por:

$$R = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{a}{(a \cdot t)/2}$$
(11.3)

Levando em consideração que a corrente flui na metade da porção do condutor. A força magnética que atua na corrente será:

$$F_B = Bia$$
(11.4)

Utilizando (11.1), (11.2), (11.3) em (11.4), teremos:

$$F_B = \frac{B^2 a^2 r \omega \sigma t}{2}$$
(11.5)

Então para o torque:

$$\tau = \frac{B^2 a^2 r^2 \omega \sigma t}{2}$$
(11.6)

Questão 12

Um fio de seção quadrada, de massa m, comprimento l e resistência R, escorrega sem atrito apoiado em dois fios paralelos inclinados de um ângulo θ em relação à horizontal e de resistência desprezível, como mostra a figura 12.1. Os trilhos são ligados na parte de baixo por uma peça paralela ao fio, também de resistência desprezível, de modo que o conjunto todo forme uma espira condutora retangular. Sabendo-se que toda região está imersa num campo magnético vertical uniforme B, mostre (a) que o fio adquire uma velocidade limite constante igual a

$$v = \frac{mgRsen\,\theta}{B^2 l^2 cos^2\theta},$$

(b) que este resultado é consistente com o princípio de conservação da energia. Que diferença faria (se fizer alguma) se B estivesse apontando para baixo, em vez de para cima?

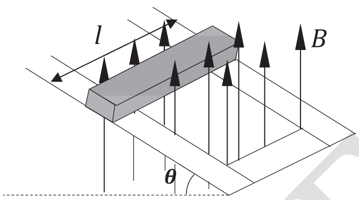

Figura 12.1

Resolução:

a) Em razão da corrente que percorre o fio, atua sobre o mesmo uma força magnética dada por:

$$F_B = Bil$$
(12.1)

Sendo que essa força se encontra na direção perpendicular ao campo magnético, como mostra a figura 12.2.

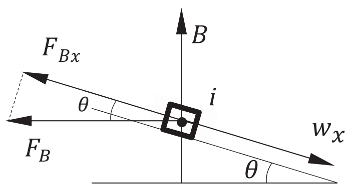

Figura 12.2

Sendo assim a força magnética F_{Bx}, deve equilibrar com o componente do peso w_x, para que a barra desça o plano com velocidade constante. Logo, teremos para a intensidade de corrente:

$$Bil \cdot cos\theta = mg \cdot sen\theta$$
$$i = \frac{mg}{Bl} \cdot tg\theta$$
(12.2)

No entanto, a corrente só é induzida no fio devido à velocidade do fio ao longo do plano, que faz variar o fluxo magnético. A força eletromotriz que é induzida devido a esse processo é dada por:

$$\varepsilon = Blv \cdot cos\theta$$
(12.3)

A intensidade de corrente no fio pode ser encontrada pela relação:

$$i = \frac{\varepsilon}{R}$$
(12.4)

Agora, juntando as relações (12.2), (12.3) e (12.4), teremos para a velocidade:

$$v = \frac{Rmg}{B^2 l^2} \cdot \frac{tg\theta}{cos\theta}$$
(12.5)

Ou ainda, lembrando que $tg\theta = \frac{sen\theta}{cos\theta}$:

$$v = \frac{mgRsen\,\theta}{B^2 l^2 cos^2\theta}$$
(12.6)

b) A taxa do trabalho realizado (potência) pelo peso é dada por:

$$P_w = \frac{dW}{dt} = w_x \cdot v$$
(12.7)

Assim, utilizando (12.5), teremos:

$$P_w = R \cdot \frac{m^2 g^2}{B^2 l^2} \cdot tg^2\theta$$
(12.8)

A potência elétrica consumida na espira é dada por:

$$P_e = \varepsilon \cdot i$$
(12.9)

Utilizando (12.3), (12.4) e (12.5) em (12.9), teremos:

$$P_e = R \cdot \frac{m^2 g^2}{B^2 l^2} \cdot tg^2\theta$$
(12.10)

Comparando (12.8) e (12.9), podemos concluir que o resultado (12.5) está de acordo com a conservação de energia, pois a energia consumida pela espira é igual a energia fornecida pela trabalho do peso. Caso o vetor indução magnética fosse invertido, a corrente induzida teria seu sentido invertido.

Questão 13

Considere a figura 13.1. A haste possui massa m, comprimento d e a resistência R do circuito permanece constante. Suponha que a haste penetre no campo magnético com uma velocidade v_0 (da esquerda para a direita). Caso não exista nenhuma força externa, a haste sofrerá a ação de uma força magnética retardadora, até parar. Determine: (a) a força retardadora, (b) a expressão da velocidade em função do tempo, (c) a energia total dissipada por efeito Joule na resistência R. Despreze o atrito.

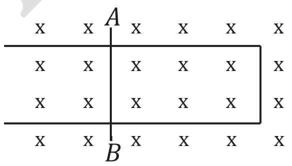

Figura 13.1

Resolução:

a) A força na haste AB é dada por:

$$F_B = Bid$$
(13.1)

Em que i é a intensidade da corrente induzida. Por sua vez, a intensidade da corrente induzida é dada por:

$$i = \frac{\varepsilon}{R}$$
(13.2)

Em que ε é a força eletromotriz induzida que é dada por:

$$\varepsilon = Bdv(t)$$
(13.3)

Assim, utilizando (13.3), (13.2) em (13.1), teremos:

$$F_B = \frac{B^2 d^2 v(t)}{R}$$
(13.4)

b) A 2ª lei de Newton estabelece que:

$$m \cdot \frac{dv}{dt} = F$$
(13.5)

Assim, utilizando (13.4) em (13.5), teremos:

$$m \cdot \frac{dv}{dt} = -\frac{B^2 d^2 v(t)}{R}$$
$$\frac{dv}{v(t)} = -\frac{B^2 d^2}{Rm} dt$$
(13.6)

Resolvendo a equação diferencial (13.6), teremos:

$$\int_{v_0}^{v} \frac{dv}{v(t)} = -\frac{B^2 d^2}{Rm} \int_0^t dt$$
$$\ln \frac{v}{v_0} = -\frac{B^2 d^2}{Rm} \cdot t$$
$$\therefore v = v_0 e^{-\frac{B^2 d^2 t}{Rm}}$$
(13.7)

c) Toda a energia cinética inicial foi convertida em energia térmica. Logo:

$$Q = \frac{mv_0^2}{2}$$
(13.8)

Questão 14

A figura 14.1 mostra duas espiras de fio em forma de anel, que tem o mesmo eixo. O anel menor está acima do maior, a uma distância x que é grande, comparada com o raio R, do anel maior. Em consequência, com a passagem da corrente i pelo anel maior (veja figura), o campo magnético correspondente é aproximadamente constante através da área plana πr^2, limitada pelo anel menor. Suponha agora que a distância x não seja fixa, mas que varie na razão constante $dx/dt = v$. (a) Determinar o fluxo magnético através da área limitada pelo anel menor em função de x. (b) Calcular a f.e.m. gerada no anel menor, no instante em que x for igual a NR. (c) Determinar o sentido da corrente induzida no anel menor, se $v > 0$.

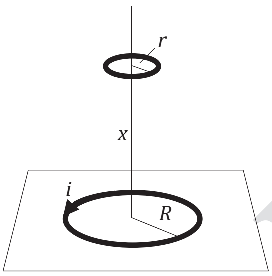

Figura 14.1

Resolução:

a) O módulo do vetor indução magnética promovido por uma corrente em uma espira circular a uma distância x do seu centro é dado por:

$$B = \frac{\mu_0 i R^2}{2(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$$
(14.1)

No entanto, para $x >> R$, teremos de (14.1):

$$B \cong \frac{\mu_0 i R^2}{2x^3}$$
(14.2)

Assim, para o fluxo, teremos:

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 i R^2}{2x^3} \cdot \pi r^2$$
(14.3)

b) A taxa de variação do fluxo é dada por:

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{\mu_0 i R^2 \pi r^2}{2} \cdot \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{x^3}\right)$$
(14.4)

Para a força eletromotriz temos, de (14.4):

$$\varepsilon = \frac{3\mu_0 i R^2 \pi r^2}{2x^4} \cdot v$$
(14.5)

Para $x = NR$, teremos:

$$\varepsilon = \frac{3v}{2} \cdot \frac{\mu_0 i \pi r^2}{N^4 R^2}$$
(14.6)

c) Para $v > 0$, temos $\varepsilon > 0$. Assim, a corrente induzida na espira menor terá o mesmo sentido da corrente da espira maior.

Questão 15

A figura 15.1 indica a seção reta de um campo magnético uniforme cujo vetor B possui módulo constante na região cilíndrica indicada, mas este módulo varia no tempo de acordo com a relação: $B = kt^3$, onde t é dado em segundos e $k = 0{,}05\, T \cdot s^{-3}$. Determine o campo elétrico E induzido no interior do cilindro em função da distância r ao eixo central.

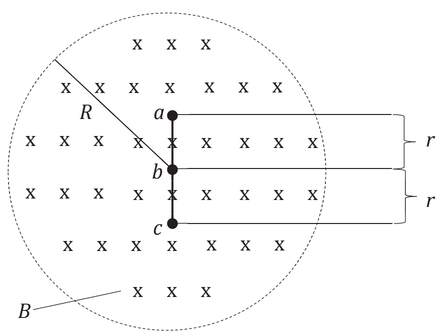

Figura 15.1

Resolução:

A lei da indução de Faraday estabelece:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$
(15.1)

Assim, teremos:

$$E \cdot 2\pi r = \pi r^2 \frac{dB}{dt}$$
$$\therefore E = \frac{3}{2} \cdot krt^2$$
(15.2)

Questão 16

Considere a figura 15.1. (a) Supondo que exista uma espira quadrada inscrita na circunferência de raio R. O campo magnético varia com uma taxa dB/dt. Determine a expressão do módulo da f.e.m. induzida na espira. (b) Repita os cálculos do item anterior para uma espira hexagonal inscrita na circunferência de raio R.

Resolução:

a) A figura 16.1 mostra a configuração da questão.

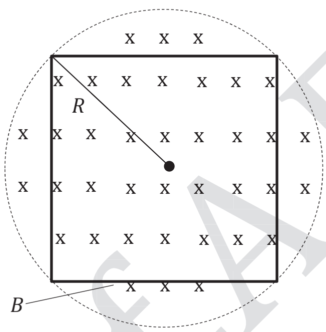

Figura 16.1

A diagonal do quadrado vale $2R$. Assim, teremos para a área:

$$A = 2R^2$$
(16.1)

Assim, a força eletromotriz será:

$$\varepsilon = -2R^2 \frac{dB}{dt}$$
(16.2)

b) A figura 16.2 mostra a configuração da questão.

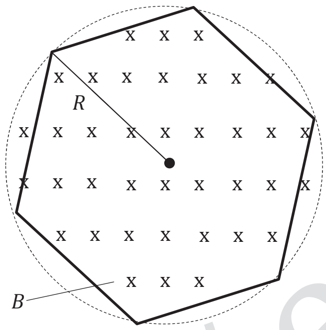

Figura 16.2

Para um hexágono regular, temos que a área total é igual a 6 áreas de um triângulo equilátero. No caso, o triângulo possui área dada por:

$$A = \frac{R^2\sqrt{3}}{4}$$
(16.3)

Assim a área do hexágono será:

$$A_h = \frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$$
(16.4)

Logo, a força eletromotriz será:

$$\varepsilon = -\frac{3R^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{dB}{dt}$$
(16.5)

Questão 17

A figura 17.1 mostra a seção reta de uma região cilíndrica onde existe um campo magnético constante no interior da região (em relação às variáveis espaciais); entretanto, o campo magnético varia com o tempo de acordo com a relação:

$$\frac{dB}{dt} = kt^2 - k_0,$$

onde $k = 0{,}5\, T \cdot s^3, k_0 = 0{,}8\, T \cdot s$ e t é dado em segundos. Obtenha uma expressão para a f.e.m. induzida entre as extremidades da barra indicada na figura 17.1.

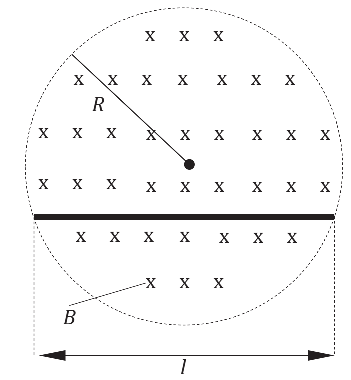

Figura 17.1

Resolução:

Vamos tomar um triângulo, com um vértice no centro do cilindro e os outros dois nas extremidades da barra, como mostra a figura 17.2.

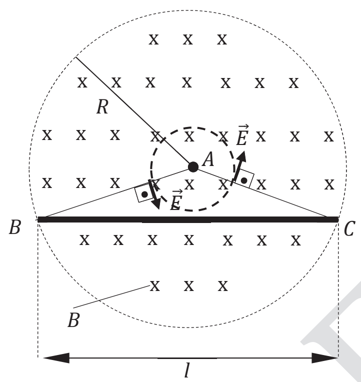

Figura 17.2

Assim, poderemos calcular a força eletromotriz utilizando a seguinte relação:

$$\varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$
(17.1)

Observando que a área do triângulo é dada por:

$$A = \frac{l \cdot (4R^2 - l^2)^{\frac{1}{2}}}{4}$$
(17.2)

Agora utilizando (17.1) e (17.2), teremos:

$$\varepsilon = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_B^C \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_C^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{l \cdot (4R^2 - l^2)^{\frac{1}{2}}}{4} \cdot \frac{dB}{dt}$$
(17.3)

Da figura 17.2 podemos concluir que as integrais nos trechos AB e CA serão nulas. Assim, de (17.3), teremos:

$$\varepsilon = \int_B^C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{l \cdot (4R^2 - l^2)^{\frac{1}{2}}}{4} \cdot \frac{dB}{dt}$$
(17.4)

Esse resultado será justamente a força eletromotriz na barra. Logo, utilizando a expressão de dB/dt, em (17.4), teremos:

$$\varepsilon = \frac{l \cdot (4R^2 - l^2)^{\frac{1}{2}}}{4} \cdot (kt^2 - k_0)$$
(17.5)

Questão 18

Considere a questão 10. Suponha que a espira retangular da figuraFigura 10.1 esteja em repouso e que não exista inicialmente nenhuma corrente nesta espira. Num dado instante, a corrente que flui no fio longo indicado na figura 10.1 passa a diminuir de acordo com a relação: $i = 30exp(-t/T)$, onde T = 0,5 s e t é dado em segundos. Obtenha uma expressão para a f.e.m. induzida na espira. Calcule a f.e.m. para t = 1 s.

Resolução:

Sabemos que o fluxo é dado por (10.2). Assim, neste caso, a variação do fluxo magnético é consequência da variação da intensidade de corrente. Logo, teremos:

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{b}{a}\right) \cdot \frac{di}{dt}$$
(18.1)

A taxa de variação de intensidade de corrente é dada por:

$$\frac{di}{dt} = -60e^{-2t}$$
(18.2)

Assim, utilizando (18.1) e (18.2), juntamente com os dados numéricos da questão 10, teremos para a força eletromotriz:

$$\varepsilon = \frac{30\mu_0 l}{\pi} \cdot \ln\left(\frac{b}{a}\right) \cdot e^{-2t}$$
(18.3)

E para $t = 1\ s$:

$$\varepsilon \cong 1{,}01\ V$$
(18.4)

Questão 19

Na configuração da figura 10.1, qual seria a corrente induzida na espira retangular, se a corrente no fio decrescesse uniformemente desde 30 A até zero em 1,0 s? Suponha que a espira tenha corrente inicial nula e uma resistência de 0,020 Ω. Considere os mesmos dados numéricos para a espira. Qual seria a energia transferida para a espira no intervalo de 1,0 s?

Resolução:

A força eletromotriz na espira, caso a corrente reduzisse uniformemente, é dada por:

$$\varepsilon = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{b}{a}\right) \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t}$$
(19.1)

Substituindo os dados numéricos em (19.1), teremos:

$$\varepsilon \cong 3{,}7 \cdot 10^{-6}\ V$$
(19.2)

Agora, utilizando a relação para a intensidade de corrente ($i = \varepsilon/R$) teremos:

$$i = 1{,}9 \cdot 10^{-4}\ A$$
(19.3)

A potência consumida é dada por:

$$P = Ri^2$$
(19.4)

Para a energia, teremos:

$$\mathcal{E} = P \cdot \Delta t$$
(19.5)

Utilizando (19.3), (19.4) em (19.5), teremos:

$$\mathcal{E} = 7{,}22 \cdot 10^{-10}\ J$$
(19.6)

Questão 20

Uma espira condutora quadrada de lado L, massa m e resistência total R está inicialmente sobre um plano horizontal xy, com os vértices nos pontos:

$$(x, y, z) = (0{,}0{,}0), (0, L, 0), (L, 0{,}0) \text{ e } (L, L, 0).$$

Na região onde a espira está existe um campo magnético uniforme $\vec{B} = B\hat{k}$. O lado da espira que se estende de $(0{,}0{,}0)$ até $(L, 0{,}0)$ é mantido fixo sobre o eixo Ox e a espira pode girar livremente em torno desse eixo. Quando a espira é libertada do repouso, ela começa a girar em virtude do torque produzido pela força da gravidade. A) Determine o módulo a direção e o sentido do torque resultante sobre a espira no momento em que ela está girando para baixo com velocidade angular ω e já girou de um ângulo ϕ em relação à posição inicial. B) Calcule a aceleração angular da espira no instante descrito no item (A). C) Comparando com o tempo que ela levaria para girar na ausência de campo magnético, a espira leva um tempo maior ou menor para girar de um ângulo 90°? Explique. D) A energia mecânica é conservada quando a espira gira para baixo? Explique.

Resolução:

Considere a figura 20.1 abaixo.

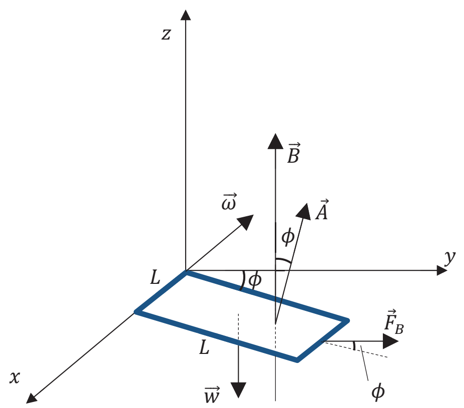

Figura 20.1

a) A força eletromotriz induzida na espira é dada por:

$$\varepsilon = BA \cdot sen\phi \cdot \omega$$
(20.1)

Em que $\omega = \frac{d\phi}{dt}$. Consequentemente, a intensidade de corrente induzida será:

$$i = \frac{BA \cdot sen\phi \cdot \omega}{R}$$
(20.2)

Como temos uma corrente induzida na presença de um campo magnético, nestas circunstâncias, uma força magnética atuará nos quatro condutores que compõe a espira. No entanto, somente a força que atua na lateral oposta a Ox (veja figura 20.1) contribuirá com o torque sobre a mesma. Poderemos então escrever a expressão desse torque, que será dado por:

$$\vec{\mathcal{T}}_B = \vec{L} \wedge \vec{F}_B$$
(20.3)

O módulo da força magnética é dado por:

$$F_B = \frac{B^2L^2 sen\phi \cdot \omega \cdot L}{R}$$
(20.4)

Em que $A = L^2$. Assim, teremos para o torque em (20.3):

$$\vec{\mathcal{T}}_B = \frac{B^2L^4\omega sen^2\phi}{R} \cdot \hat{\imath}$$
(20.5)

O torque do peso, por sua vez será:

$$\vec{\mathcal{T}}_w = -\frac{mgLcos\phi}{2}\hat{\imath}$$
(20.6)

Assim, utilizando (20.5) e (20.6), teremos para o torque resultante:

$$\vec{\mathcal{T}}_R = -\left(\frac{mgLcos\phi}{2} - \frac{B^2L^4\omega sen^2\phi}{R}\right)\hat{\imath}$$
(20.7)

b) Para a aceleração angular, podemos utilizar a relação:

$$\mathcal{T}_R = I\alpha$$
(20.8)

Em que α é a aceleração angular e I é o momento de inércia da espira com relação ao eixo de giro (Ox). Para o momento de inércia da espira, teremos:

$$I = \frac{2(m/4)L^2}{3} + \frac{mL^2}{4}$$
$$\therefore I = \frac{5mL^2}{12}$$
(20.9)

Em (20.9) só foi levando em consideração, as laterais que são paralelas ao eixo Oy e a outra que é paralela Ox. A que se encontra no eixo Ox não contribui para o momento de inércia. Assim, utilizando (20.7), (20.9) em (20.8), teremos:

$$\frac{5mL^2}{12} \cdot \alpha = \frac{mgLcos\phi}{2} - \frac{B^2L^4\omega sen^2\phi}{R}$$
$$\therefore \alpha = \frac{6gcos\phi}{5L} - \frac{12B^2L^2\omega sen^2\phi}{5mR}$$
(20.10)

c) O torque resultante, com a presença do campo magnético, é menor. Assim, o tempo que a espira leva para girar será maior.
d) Ao passo que a espira gira, a energia é dissipada na forma de energia térmica devido ao efeito Joule: Ri^2.